نشریه علمی- پژوهشی

علوم و مهندسی آبخیزداری ایران
Iran-Watershed Management
Science & Engineering

سال هفتم- شماره ۲۲- پاییز ۱۳۹۲

Vol. 7, No. 22, Fall 2013

# شناسایی بهترین توزیع احتمالاتی برای تحلیل فراوانی دبی‌های کمینه (مطالعه موردی: رودخانه‌های استان لرستان)

حسین‌ملکی‌نژاد[1] و محمد ملکشاهی[2]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۲/۳۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۲/۲۳

## چکیده

**جریان کمینه نقش مهمی در مدیریت بهینه منابع آب از جمله، طراحی مخازن ذخیره آب، برنامه‌ریزی‌های کشاورزی و حفاظت از زیست‌بوم‌های آبزی دارد. برآورد مناسب‌تر مقادیر دبی‌های کمینه برای دوره‌های برگشت مختلف، سطح اعتماد را در برنامه‌ریزی منابع آب افزایش می‌دهد. دراین پژوهش، دبی‌های کمینه ماه‌های مختلف سال در ۲٤ ایستگاه آب‌سنجی در استان لرستان بررسی شد.این داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار Easyfit با ٦٥ توزیع احتمالاتی برازش داده شد. در مرحله اول، تنها نتایج آزمون نکویی برازش کولموگروف - اسمیرنوف نسبت به تعیین بهترین توزیع برای ماه‌های مختلف بررسی شد. نتایج نشان داد که از میان ٦٥ توزیع مورد بررسی، توزیع ویکبای پنج عاملی با فراوانی ٣٦/٦ درصد به عنوان توزیع برتر شناخته شد. در ادامه، این توزیع با سه آزمون کولموگروف - اسمیرنوف، اندرسون - دارلینگ و کای- اسکوئر هم‌زمان مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که توزیع احتمالاتی ویکبای در ٥٧/٨ درصد موارد رتبه اول را به خود اختصاص داد. در بررسی رتبه‌بندی سایر توزیع‌ها، توزیع ویکبای در ٨٤/٣ درصد داده‌های سری‌های زمانی‌ایستگاه- ماه، در بین پنج توزیع برتر قرار گرفت. بنابراین توزیع پنج عاملی ویکبای در مقایسه با سایر توزیع‌های متداول در آب‌شناختی مانند توزیع پیرسون، گامبل، نرمال لگاریتمی و غیره تطابق بسیار بهتری با داده‌ها نشان داد. نتایج کلی‌این پژوهش نشان داد که برای افزایش دقت در برآورد متغیرهای آب‌شناختی، می‌توان با بکارگیری فنون‌های جدید، توزیع‌هایی را شناسایی نمود که با دقت بیشتر مقادیر متغیرها را برای دوره‌های برگشت مختلف برآورد نمایند.**

۱- نویسنده مسئول و دانشیار دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه یزد
hmalekinezhad@yazduni.ac.ir
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی دانشگاه یزد

***واژه‌های کلیدی: دبی کمینه، کولموگروف - اسمیرنوف، اندرسون - دارلینگ، کای- اسکوئر، توزیع ویکبای و رودخانه‌های لرستان***

## مقدمه

جریان کمینه، حداقل جریان یک رودخانه با یک دوره تناوب مشخص می‌باشد که بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده و با بررسی آماری داده‌های جریان و روش‌های تجزیه و تحلیل آب‌شناختی محاسبه می‌شود [٤]. برآورد جریان کم زیربنایی برای مدیریت کیفیت آب، طراحی مخازن ذخیره سازی آب، برنامه‌ریزی و طراحی منابع آب برای کشاورزی، اثرات زیست‌بوم‌های آبزی، محافظت از حیات وحش و بوم گردشگری می‌باشد [۲۳]. اثرات اقتصادی اجتماعی ناشی از خشکسالی‌ها به‌طور عام در مقایسه با سیلاب‌ها بیشتر است [۱۱]. جریان‌های کم به‌طور معمول ناشی از جریان آب‌های زیرزمینی است و با عوامل فیزیوگرافیکی، ویژگی‌های آب و هوایی، زمین‌شناسی و دیگر عواملی که بر روند نفوذ و تبخیر موثر هستند ارتباط نزدیکی دارند [۲]. مشکلات ناشی از کم آبی در اکثر مناطق‌ایجاب می‌کند که شناخت بهترین توزیع آماری که بتواند برازش مناسبی بر داده‌های کمینه جریان داشته باشد مورد توجه بیشتری قرار گیرد. اکثر مطالعات نشان داده است که برآورد جریان‌های کم، مشکل تر از سایر جریان‌ها می‌باشد [٢٤].

تحلیل فراوانی جریان‌های کم در حوضه‌های دارای‌ایستگاه‌های آب‌سنجی به منظور برآورد مقادیری با دوره بازگشت‌های مختلف استفاده می‌شود. منحنی خشکیدگی نشان‌دهنده کاهش جریان رودخانه در طول دوره‌های خشکی می‌باشد و در درجه اول به ویژگی‌های زمین‌شناسی حوزه آبخیز (مانند ظرفیت نگهداری و ذخیره آبخوان) بستگی دارد [٦] و [۲۳]. هیچ توزیع احتمالاتی نمی‌تواند به‌طور کامل بر داده‌های مشاهده‌ای برازش داشته باشد و انتخاب یکی به عنوان بهترین توزیع، با مقایسه نسبت به سایر توزیع‌ها انجام می‌شود [۲٥].

پیش‌بینی چگونگی وقوع یک پدیده در آینده به تجزیه و تحلیل درست داده‌های آن متغیر در گذشته بستگی دارد. بررسی داده‌های آب‌شناختی که در گذشته اتفاق افتاده و اندازه‌گیری شده، تصمیم‌گیری یا پیش بینی رفتار حوضه را ساده‌تر خواهد ساخت [۱]. هدف اولیه تحلیل فراوانی، ارتباط دادن مقادیر رویدادهای حدی به فراوانی رخداد آنان از راه بهره‌گیری از توزیع‌های احتمالاتی می‌باشد [۱۷]. بررسی‌های درست آب‌شناختی به منظور برنامه‌ریزی و اجرای عملیات

مهندسی آب و آبخیزداری، در کشوری نظیرایران، با توجه به موقعیت جغرافیایی و عوامل بوم‌شناختی، دارای اهمیت فراوانی می‌باشد [۱۳].

تاریخچه بهره‌گیری از توزیع‌های احتمالاتی به بررسی هیزن و مارکوویچ [۱٤] بر می‌گردد. سولار و همکاران [۲٤] به بررسی روابط مقدار و فراوانی برای وقایع بارندگی، جریان رودخانه و بار رسوبی با استفاده از توزیع لوگ نرمال، در منطقه والسبر اسپانیا پرداختند. درایران، بدوستانی [۳] در پژوهشی دریافت که از بین انواع توزیع‌های فراوانی مورد بررسی برای منطقه مورد مطالعه جهت پیش‌بینی مقادیر حداکثر سیلاب، توزیع مناسب آماری برای سری داده‌های ۱۰ تا ۳۵ ساله توزیع لوگ نرمال ۳ عاملی و برای سری داده‌های طولانی مدت بیش از ۳۵ سال توزیع لوگ پیرسون نوع سوم می‌باشد. امیدوار و همکاران [۱۹] درحوزه آبخیز تجن مازندران سه سری از داده‌های بارندگی را شامل سری مقادیر بیشینه سالیانه، جزیی و بارندگی بیشینه ۲٤ ساعته و ارتفاع بارش در هر واقعه مورد مقایسه قرار دادند. برای‌این مقادیر توزیع لوگ نرمال دو متغیره به عنوان مناسب ترین توزیع انتخاب گردید.

مان و همکاران [۱٦] با انتخاب داده‌های سیل سی ایستگاه آب‌سنجی در کالیفرنیا با محاسبه مقادیر ضریب چولگی تعمیمی و وزنی ثابت کردند که‌این روش نسبت به روش‌های متداول دقت بیشتری دارد. حجفلت [۱۰]، در پژوهشی تحت عنوان تعمیم توزیع گاما با کاربرد در داده‌های خشکسالی درایالت نبراسکا آمریکا، توزیع مورد نظر را برای‌این منطقه مناسب تشخیص داد.

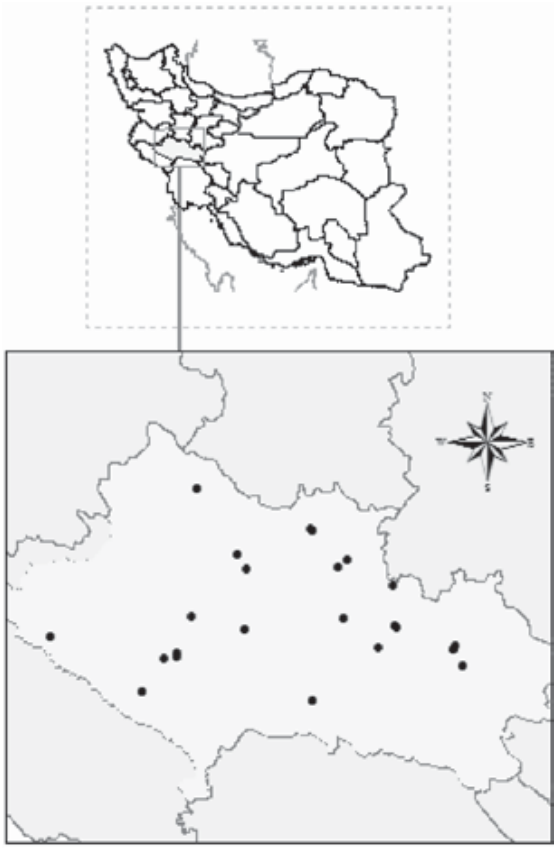
هدف ازاین پژوهش، برازش تعداد بسیار زیادی از توزیع‌های متداول و غیر متداول در مطالعات آب‌شناختی بر دبی‌های کمینه ماهانه رودخانه‌های استان لرستان و اولویت‌بندی و انتخاب بهترین توزیع‌ها به منظور پیش‌بینی بهتر مقادیر دبی‌های کمینه با دوره برگشت‌های مختلف است.

## مواد و روش‌ها

### معرفی منطقه مورد مطالعه

استان لرستان با وسعتی معادل ۲۸٥٦۰ کیلومتر مربع به مرکزیت شهرستان خرم آباد در غرب و جنوب غربی‌ایران بین ٤٦ درجه و۵۱ دقیقه تا ۵۰ درجه و۳ دقیقه در طول شرقی و۳۲ درجه و۳۷ دقیقه تا ۳٤ درجه و۲۲ دقیقه عرض شمالی قرار گرفته است. استان لرستان در واقع منطقه‌ای کوهستانی است و به جزء چند دشت محدود، منطقه هموار دیگری در آن دیده نمی‌شود. با توجه به گسترش مناطق کوهستانی، ارتفاع متوسط آن ۱۸۳۳ متر از سطح دریا می‌باشد. بلندترین نقطه، اشترانکوه با ارتفاع ٤۰۵۰ متر و پست‌ترین نقطهٔ آن ۵۰۰ متر از سطح دریاست که در جنوب شهرستان پلدختر قرار دارد.

مشخصات مربوط به‌ایستگاه‌های آب‌شناسی مورد مطالعه دراین



**شکل ۱ – جانمایی‌ایستگاه‌های آب‌شناسی در کشور و استان لرستان**

**جدول ۱ - مشخصات مربوط به‌ایستگاه‌های آب‌شناسی مورد مطالعه در استان لرستان**

| نام‌ایستگاه | طول دوره آماری (سال) | عرض (شمالی) | طول (شرقی) | ارتفاع‌ایستگاه (متر) | مساحت بالادست (کیلومتر مربع) |
|---|---|---|---|---|---|
| کشکان پل دختر | ۳۹ | ۳۳° ۹'۶۲/۱۷" | ۴۷°۴۲'۴۳/۱۱" | ۶۶۳ | ۳/۹۵۵۰ |
| مادیان رود برآفتاب | ۳۵ | ۳۳°۱۸'۱۸/۶۷" | ۴۷°۴۹'۰/۴۴" | ۷۷۵ | ۸/۱۱۲۸ |
| چولهول افرینه | ۴۷ | ۳۳°۱۸'۵۱/۸۰" | ۴۷°۵۳'۲۲/۰۰" | ۸۰۱ | ۷/۱۱۲۴ |
| کشکان افرینه | ۵۳ | ۳۳°۱۹'۵۲/۰۰" | ۴۷°۵۳'۴۱/۰۰" | ۸۰۱ | ۶۸۰۱ |
| کشکان دو آب ویسیان | ۳۹ | ۳۳°۲۹'۴۴/۶۷" | ۴۷°۵۷'۵۵/۵۵" | ۹۶۲ | ۸/۳۸۰۵ |
| خرم‌آباد چم‌انجیر | ۳۳ | ۳۳°۲۶'۴۴/۷۶" | ۴۸°۱۴'۵۵/۷۷" | ۱۱۲۶ | ۱۶۴۰ |
| هرو کاکارضا | ۳۵ | ۳۳°۴۳'۹/۵۴" | ۴۸°۱۵'۵/۱۵" | ۱۵۲۴ | ۲/۱۱۴۹ |
| سراب صید علی | ۵۳ | ۳۳°۴۷'۱۱/۶۹" | ۴۸°۱۲'۲۶/۱۲" | ۱۵۲۷ | ۷/۷۷۴ |
| نور آباد | ۵۳ | ۳۴° ۴'۵۲/۰۰" | ۴۷°۵۸'۱۴/۰۰" | ۱۷۸۴ | ۶۰۶ |
| دره دزدان | ۵۳ | ۳۳°۲۳'۲۴/۶۳" | ۴۷°۱۲'۲۳/۹۸" | ۸۶۳ | ۵۶۷ |
| سرخاب کشور | ۲۹ | ۳۳°۸'۵/۷۹" | ۴۸°۳۷'۵۳/۰۶" | ۹۳۲ | ۶/۳۳۵ |
| سبزآب چم چیت | ۵۳ | ۳۳°۲۲'۴۷/۳۱" | ۴۸°۵۸'۱۴/۴۱" | ۱۳۳۱ | ۲۱۲ |
| تیره درود | ۵۳ | ۳۳°۲۸'۳۷/۴۴" | ۴۹° ۳'۴۶/۶۷" | ۱۴۴۶ | ۲/۳۴۸۲ |
| ماربره دورود | ۵۲ | ۳۳°۲۸'۳۵/۵۲" | ۴۹° ۴'۱۴/۰۰" | ۱۴۴۹ | ۷/۲۵۶۳ |
| دره تخت دره تخت | ۲۳ | ۳۳°۲۲'۳۸/۲۰" | ۴۹°۲۳'۱۰/۰۲" | ۱۸۳۰ | ۹/۳۹ |
| ماربره دره تخت | ۲۷ | ۳۳°۲۲'۵۹/۶۰" | ۴۹°۲۲'۵۸/۷۸" | ۱۸۲۳ | ۸/۲۱۸۶ |
| کمندان کمندان | ۴۲ | ۳۳°۱۸'۳۰/۰۰" | ۴۹°۲۵'۶۰/۰۰" | ۲۰۳۱ | ۳۵ |
| ازنا چم زمان | ۴۹ | ۳۳°۲۳'۲۹/۰۰" | ۴۹°۲۳'۵۲/۰۰" | ۱۸۳۸ | ۲۰۲۳ |
| تیره مردوک | ۴۳ | ۳۹/۱۶'۴۰°۳۳" | ۴۹° ۳'۷/۴۴" | ۱۵۴۴ | ۹۸۰ |
| آبسرده تگه محمد حاجی | ۵۱ | ۳۳°۴۴'۱۴/۰۰" | ۴۸°۴۵'۱۶/۴۱" | ۱۵۴۴ | ۲۱۶ |
| رحیم آباد | ۵۲ | ۳۳°۴۶'۴۶/۵۸" | ۴۸°۴۸'۱۲/۴۴" | ۱۴۸۲ | ۱/۹۰۹ |
| سراب سفید ونایی | ۴۴ | ۳۳°۵۴'۵۳/۶۵" | ۴۸°۳۷'۱۰/۱۰" | ۱۹۳۶ | ۳/۴۶ |
| گله رود ونایی | ۳۲ | ۳۳°۵۳'۴۸/۱۴" | ۴۸°۳۷'۲۰/۲۸" | ۱۹۳۴ | ۶/۴۶ |
| هرو دهنو | ۱۰ | ۳۳°۳۰'۳۲/۰۰" | ۴۸°۴۶'۵۷/۰۰" | ۱۶۵۲ | ۳/۲۶۳ |

پژوهش در جدول شماره ۱ درج شده است. پراکنش ایستگاه‌ها به گونه‌ای انتخاب شد که نقاط مختلف استان را پوشش داده و دارای دوره آماری مناسب و طولانی مدتی (شکل شماره ۱) باشند.

## توزیع‌های احتمالاتی

توزیع‌های احتمالاتی گوناگونی در علم آمار و احتمالات وجود دارد. برای افزایش اطمینان در برآورد متغیرهای آب‌شناختی با دوره برگشت‌های مختلف سعی می‌شود، توابع احتمالاتی را شناسایی نمود که بهترین برازش را با داده‌ها داشته باشد [۱].

دراین پژوهش، برای انتخاب بهترین توزیع احتمالاتی جهت بررسی دبی‌های کمینه ماهانه‌ایستگاه‌های آب‌شناسی از ۶۵ توزیع مختلف احتمالاتی دو تا پنج عاملی که در نرم‌افزارایزی‌فیت موجود می‌باشد، استفاده گردید. نام و تعداد عامل‌های (P) این توزیع‌ها در جدول شماره ۲ آورده شده است.

## آزمون‌های نکویی برازش

بطور کلی برای برازش توابع توزیع احتمالاتی بر یک سری داده مشاهداتی، ابتدا یک مدل از توزیع داده‌ها انتخاب می‌شود.این انتخاب ممکن است براساس تجربه حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌های مشابه بدست آمده و یا اینکه بر اساس آزمون‌های مختلف حاصل شده باشد. با استفاده از آزمون‌های نکویی برازش، میزان انطباق داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های مشاهداتی تعیین و اگر میزان تطابق در حد قابل قبولی بود مدل پذیرفته می‌شود [۲۲]. روشن است که هیچ توزیع احتمالاتی نمی‌تواند به‌طور کامل بر داده‌های مشاهده‌ای برازش داشته باشد و انتخاب یکی به‌عنوان بهترین توزیع با مقایسه نسبت به سایر توزیع‌ها انجام می‌گردد.

در این پژوهش از سه آزمون نکویی برازش شامل آزمون‌های کولموگروف - اسمیرنوف [1]، اندرسون - دارلینگ [2] و کای-اسکوئر [3]

1- Kolmogorov-Smirnov
2 - Anderson-Darling
3 - Chi-Squared

**جدول ۲ - توزیع‌های احتمالاتی مورد استفاده**

| توزیع | P | توزیع | P | توزیع | P |
|---|---|---|---|---|---|
| بتا | ٤ | گاما تعمیم یافته | ٤ | نرمال | ۲ |
| بور | ۳ | لاجستیک تعمیم یافته | ۳ | پارتو | ۲ |
| بور(٤) | ٤ | پارتو | ۳ | پارتو(۲) | ۲ |
| کوشی | ۲ | گامبل بیشینه | ۲ | پیرسون(٥) | ۲ |
| کای-اسکوئر | ۱ | گامبل کمینه | ۲ | پیرسون | ۳ |
| کای-اسکوئر دو پارامتره | ۲ | هایپرسکانت | ۲ | پیرسون(٦) | ۳ |
| دیگوم | ۳ | گوسین معکوس | ۲ | پیرسون(٦) | ٤ |
| دیگوم چهار پارامتره | ٤ | گوسین معکوس | ۳ | پرت | ۳ |
| ارلانگ | ۲ | جانسون اس بی | ٤ | فازی بی بینمایی | ٤ |
| ارلانگ سه پارامتره | ۳ | جانسون اس یو | ٤ | ویبول | ٦ |
| خطا | ۳ | کوماراساوامی | ٤ | تابع توان | ۳ |
| تابع خطا | ۱ | لاپلاس | ۲ | رایلی | ۱ |
| نمایی | ۱ | لوی | ۱ | رایلی دو پارامتره | ۲ |
| نمایی دو پارامتره | ۲ | لوی(۲) | ۲ | رسیپروکال | ۲ |
| فتیگ لایف | ۲ | لوگ گاما | ۲ | رایس | ۲ |
| (۳P) فتیگ لایف | ۳ | لوگ لاجستیک | ۲ | تی استیودنت | ۱ |
| فریچت | ۲ | لوگ لاجستیک(۳) | ۳ | مثلثی | ۳ |
| (۳) فریچت | ۳ | لوگ پیرسون(۳) | ۳ | یکنواخت | ۲ |
| گاما | ۲ | لاجستیک | ۲ | ویکبای | ٥ |
| گاما(۳) | ۳ | لوگ نرمال (۳) | ۲ | ویبول | ۲ |
| مقادیر حد تعمیم یافته | ۳ | لوگ نرمال(۳) | ۳ | ویبول(۳) | ۳ |
| گاما تعمیم یافته | ۳ | ناکاگامی | ۲ | | |

P = تعداد پارامترها و Gen. مخفف Generalized = تعمیم یافته

استفاده شد.

آزمون کولموگروف- اسمیرنوف: یکی از آزمون‌هایی است که جهت سنجش سازگاری یک نمونه با یک توزیع خاص استفاده می‌شود. دراین آزمون داده‌ها در گروه‌های مختلف طبقه‌بندی می‌شوند. آماره‌این آزمون بیشترین اختلاف بین فراوانی‌های مورد انتظار و واقعی (بصورت قدرمطلق) اندازه‌گیری شده را در دسته‌های مختلف نشان می‌دهد و بصورت رابطه (۱) نوشته می‌شود:

$$D = \max_{1 \le i \le n}\left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i)\right)$$ رابطه (۱)

که در آن D آماره توزیع و $F(x_i)$ فراوانی نسبی تجمعی واقعی و i تعداد کلاس‌ها و n تعداد کل دسته‌بندی‌ها می‌باشد.

## آزمون نکویی برازش اندرسون-دارلینگ

یک آزمون کلی به منظور مقایسه برازش تابع توزیع تجمعی مشاهده شده به یک تابع توزیع تجمعی مورد انتظار می‌باشد.این آزمون ارزش بیشتری به دنباله‌ها نسبت به آزمون کولموگروف- اسمیرنوف می‌دهد.

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)\cdot[\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))]$$ رابطه (۲)

دراین رابطه A آماره آزمون، n تعداد داده‌ها، $X_i$ مقادیر داده‌های مرتب شده از کوچک به بزرگ و i رتبه هر داده است.

آزمون نیکویی برازش کای - اسکوئر:این آزمون برای مقایسه توزیع فرضی اطلاعات واقعی با یک توزیع نظریه مورد استفاده قرار می‌گیرد. آزمون کای اسکوئر هنگامی که تعداد نمونه‌ها به اندازه کافی زیاد باشد تا در هر کلاس حداقل پنج داده قرار گیرد، خوب عمل می کند، کارآموز و عراقی‌نژاد [۱۲]. آماره آزمون از رابطه (۳) برآورد زده می‌شود:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$ رابطه (۳)

در رابطه بالا $O_i$ فراوانی واقعی داده‌ها، $E_i$ فراوانی مورد نظر بر اساس توزیع نظریه مورد آزمون، i تعداد کلاس‌ها، k تعداد کل دسته بندی‌ها می‌باشد. چنانچه مقدار $X^2$ محاسبه شده از رابطه فوق کمتر

**جدول ۳ - سازگارترین توزیع احتمالاتی با دبی‌های کمینه در شش ماه اول سال با استفاده از آزمون کولموگروف - اسمیرنوف**

| ایستگاه آب‌سنجی | فروردین | اردیبهشت | خرداد | تیر | مرداد | شهریور |
|---|---|---|---|---|---|---|
| نورآباد | جانسون اس بی | پیرسون ٦(p٤) | ویکبای | ویبول | گاما تعمیم یافته (٤) | ویکبای |
| سراب سفید ونایی | لاجستیک تعمیم یافته | لوگ لاجستیک(٣) | خطا | خطا | ویبول | ویکبای |
| ماربره درود | دیگوم | مقادیر حد تعمیم یافته | ویکبای | پیرسون ٦(p٤) | فتیگ لایف | لوگ لاجستیک(٣) |
| تیره درود | پیرسون ٥(٣) | لاجستیک تعمیم یافته | بور(p٤) | ویکبای | گاما | لوگ پیرسون ٣ |
| گله رود ونایی | کوشی | جانسون اس بی | ویکبای | لوگ لاجستیک | ویبول | ویکبای |
| رحیم آباد | لوگ نرمال(٣) | گمبل | دیگوم | ویکبای | جانسون اس بی | دیگوم |
| دره دزدان | دیگوم(٤) | بور | مقادیر حد تعمیم یافته | لاجستیک تعمیم یافته | ویکبای | گاما تعمیم یافته(٤) |
| کشکان پل دختر | ویبول | جانسون اس بی | ویکبای | رایلی | دیگوم(p٤) | ویکبای |
| چلهول افرینه | جانسون اس بی | ویکبای | جانسون اس بی | پیرسون ٥ | لاجستیک تعمیم یافته | ویکبای |
| کشکان افرینه | فتیگ لایف(٣) | ویکبای | پیرسون ٦(p٤) | دیگوم | ویکبای | ویکبای |
| مادیان رود برآفتاب | ویکبای | فازی بیویبول | پارتو تعمیم یافته | ویکبای | ویکبای | ویکبای |
| خرم آباد چم انجیر | لوگ لاجستیک | جانسون اس بی | گمبل بیشینه | بور (p٤) | گمبل | بور (p٤) |
| هرو کاکارضا | پرت | ویکبای | ویکبای | لوگ نرمال | ویکبای | ویکبای |
| سراب صید علی | ویکبای | پرت | فتیگ لایف(p٣) | مقادیر حد تعمیم یافته | بور(p٤) | ویکبای |
| آبسرده تنگه محمد حاجی | خطا | رایلی | پارتو تعمیم یافته | ویکبای | کوماراسامی | کوماراسامی |
| تیره مردوک | لوگ پیرسون ٣ | فریچت ((p٣) | فریچت(p٣) | ویکبای | ویبول | جانسون اس بی |
| ازنا چم زمان | فریچت(p٤) | ویکبای | ویکبای | فازی بی | ویبول | ویبول |
| ماربره دره تخت | مقادیر حد تعمیم یافته | لوگ لاجستیک (p٣) | بور | لوگ لاجستیک (p٣) | ویکبای | ویکبای |
| کمندان کمندان | جانسون اس بی | گاما | گاما | دیگوم(p٤) | ویکبای | بور (p٤) |
| دره تخت دره تخت | لوگ پیرسون (p٣) | دیگوم | لاجستیک تعمیم یافته | لوگ لاجستیک (p٣) | لاجستیک تعمیم یافته | ویکبای |
| سبز آب چم چیت | لوگ لاجستیک (p٣) | بتا | لوگ لاجستیک | ویکبای | ویکبای | ویکبای |
| سرخاب کشور | پارتو تعمیم یافته | ویکبای | ویکبای | لوگ پیرسون (p٣) | دیگوم | ویکبای |
| هرو دهنو | لوگ لاجستیک (p٣) | دیگوم | فازی بی | ویکبای | جانسون اس بی | جانسون اس بی |
| کشکان دوآب ویسیان | ویکبای | ویکبای | دیگوم | لوگ پیرسون(p٣) | لوگ لاجستیک (p٣) | ویکبای |

از مقدار توزیع نظریه کای اسکوئر باشد، فرض تبعیت اطلاعات از توزیع فرض شده در مقدار سطح پذیرش مشخص پذیرفته می‌شود.

## نتایج و بحث

### سازگارترین توزیع احتمالاتی با آزمون کولموگروف- اسمیرنوف

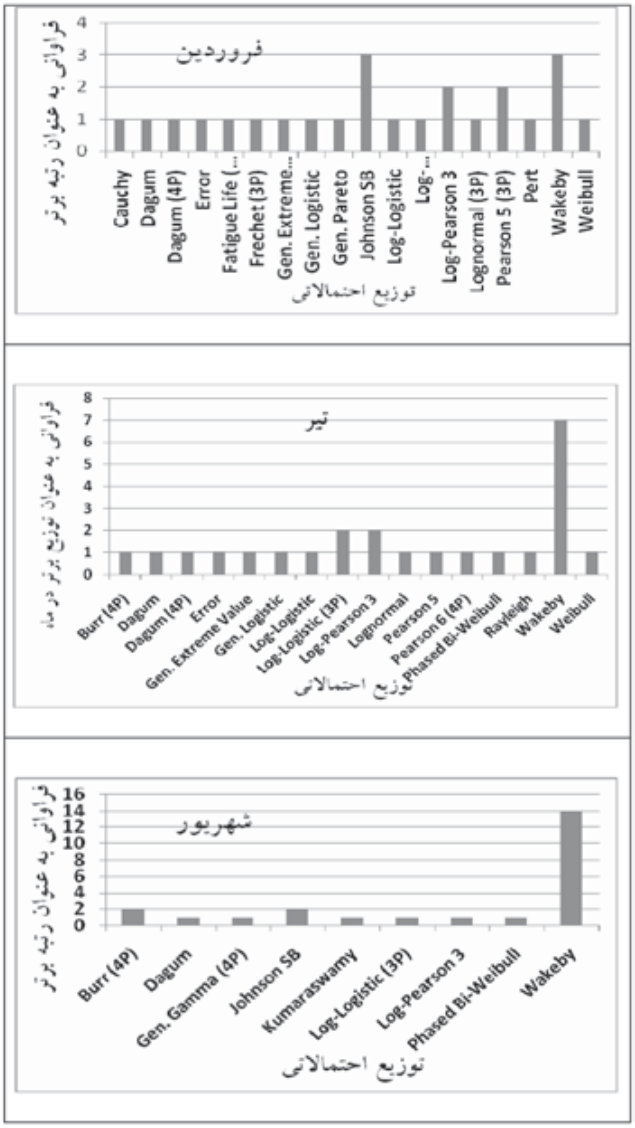
سری داده‌های دبی کمینه ۱۲ ماه در ۲٤ ایستگاه آب‌سنجی منتخب از آمار دبی‌های روزانه استخراج (۲۸۸ ستون اطلاعاتی) و سپس به نرم‌افزارایزی‌فیت برای انجام محاسبات تعیین بهترین توزیع احتمالاتی انتقال داده شد. آنگاه برای هر ۲٤ایستگاه با استفاده از آزمون برازش کولموگروف - اسمیرنوف نسبت به انتخاب توزیع سازگارتر با دبی‌های کمینه در شش ماهه اول و دوم سال اقدام شد که نتایج در جداول شماره ۳ و ٤ درج گردیده است.

پس از انجام محاسبات لازم با استفاده از آزمون ناپارامتری کولموگروف - اسمیرنوف برای هر ماه و همه‌ایستگاه‌ها، توزیع‌های سازگارتر شناسایی شدند. با توجه به الگوی متفاوت بارش و رواناب بویژه در فصل بهار با نیمه دوم سال، سعی شداین تفاوت بر اساس برازش توابع توزیع احتمالاتی با داده‌های شش ماهه اول و دوم سال

**جدول ٤ - سازگارترین توزیع احتمالاتی با دبی‌های کمینه در شش ماه دوم سال با استفاده از آزمون کولموگروف - اسمیرنوف**

| ایستگاه آب‌سنجی | مهر | آبان | آذر | دی | بهمن | اسفند |
|---|---|---|---|---|---|---|
| نورآباد | ویکبای | لوگ پیرسون (p۳) | ویکبای | ویکبای | دیگوم | گاما تعمیم یافته |
| سراب سفید ونایی | ویکبای | بور | ویکبای | پیرسون ۵ | کوشی | لاجستیک تعمیم یافته |
| ماربره درود | مقادیر حد تعمیم یافته | ویکبای | لوگ پیرسون (p۳) | ویکبای | لاجستیک تعمیم یافته | ویکبای |
| تیره درود | فریچت (p۳) | ویکبای | لوگ لاجستیک (p۳) | ویکبای | ویکبای | فریچت (p۳) |
| گله رود ونایی | ویکبای | لوگ پیرسون (p۳) | ویکبای | ویکبای | جانسون اس بی | ویکبای |
| رحیم آباد | فتیگ لایف | ناکاگامی | ویکبای | ویکبای | ویکبای | گاما(p۳) |
| دره دزدان | ویبول | ویبول | پیرسون ۵(p۳) | دیگوم | ویکبای | پرت |
| کشکان پل دختر | ویکبای | ویکبای | ویکبای | پیرسون ۵(p۳) | فریچت | ویکبای |
| چلهول افرینه | دیگوم (p٤) | ویکبای | ویکبای | لوگ نرمال | ویکبای | بور |
| کشکان افرینه | گوسین معکوس | مقادیر حد تعمیم یافته | کای-اسکوئر(p۲) | ویکبای | لاجستیک تعمیم یافته | لاجستیک تعمیم یافته |
| مادیان رود برآفتاب | ویکبای | یکنواخت | خطا | گاما(p۳) | کوشی | مثلثی |
| خرم آباد چم انجیر | ویکبای | بور | دیگوم | ویکبای | ویکبای | لاجستیک تعمیم یافته |
| هرو کاکارضا | بور | دیگوم | بور (p٤) | فریچت | لوگ نرمال(۳) | دیگوم |
| سراب صید علی | ویکبای | پیرسون ۵ | ویکبای | لاپلاس | لاجستیک تعمیم یافته | ویکبای |
| آبسرده تنگه محمد حاجی | جانسون اس بی | ویکبای | بور | ویکبای | ویکبای | ویکبای |
| تیره مردوک | جانسون اس بی | ویکبای | لوگ لاجستیک (p۳) | ویکبای | ویکبای | ویکبای |
| ازنا چم زمان | ویبول | ویکبای | ویکبای | ویکبای | لوگ لاجستیک (p۳) | گاما(p۳) |
| ماربره دره تخت | ویکبای | ویکبای | پارتو تعمیم یافه | فتیگ لایف(p۳) | لوگ پیرسون۳ | لوگ گاما |
| کمندان کمندان | ویکبای | بور (p٤) | ویکبای | ارلانگ (p٤) | ویکبای | ویکبای |
| دره تخت دره تخت | بور (p٤) | ویکبای | بور (p٤) | ویکبای | لوگ لاجستیک (p۳) | ویکبای |
| سبز آب چم چیت | دیگوم (p٤) | بور (p٤) | ویبول (p۳) | پارتو تعمیم یافته | ویکبای | فریچت (p۳) |
| سرخاب کشور | دیگوم | ویکبای | ویکبای | ویکبای | ویکبای | ویکبای |
| هرو دهنو | فازی بیویبول | ویکبای | ویکبای | گاما | لوگ لاجستیک (p۳) | لاپلاس |
| کشکان دوآب ویسیان | پیرسون ۵ | بور | بور (p٤) | جانسون اس بی | مقادیر حد تعمیم یافته | یکنواخت |

جداگانه بررسی شود. شکل‌های شماره ۲ و ۳ نشان دهنده فراوانی توزیع‌های دارای رتبه برتر در برخی ماه‌های نیمه اول و دوم سال بر اساس آزمون برازش کولموگروف- اسمیرنوف در همه ۲٤ایستگاه مورد بررسی می‌باشد. به عنوان نمونه در ماه شهریور توزیع Wakeby با فراوانی ١٤ مورد یعنی در ۵۸/۳ درصد موارد توزیع برتر شناخته شد. بررسی نتایج نشان می‌دهد که توزیع‌های مختلفی در هر ماه به عنوان توزیع برتر انتخاب شده‌اند که فراوانی‌های متفاوتی دارند. دراین بین ماه فرودین با ۱۸ مورد دارای بیشترین تنوع در توزیع‌های سازگارتر و ماه‌های شهریور، آبان و بهمن با ۱۰ مورد، دارای کمترین تعداد تنوع توزیع‌های منتخب می‌باشند. بدین معنی که دراین سه ماه رژیم آبدهی‌ایستگاه‌های منتخب در استان لرستان همگن‌تر است. در گام بعدی تمامی داده‌های ماه-ایستگاه بررسی و بهترین توزیع احتمالاتی که دارای بیشترین فراوانی بود، شناسایی شد. نمودار شماره ٤ نشان می‌دهد که تعداد ٤۳ توزیع از ٦۵ توزیع آماری موجود در نرم‌افزارایزی‌فیت در کل محاسبات مربوط به تعیین بهترین توزیع برای دبی‌های کمینه در رودخانه‌های استان لرستان برای ماه‌های مختلف شرکت داشته‌اند که از بین آن‌ها توزیع ویکبای با فراوانی ۱۰۵ مورد یعنی در ۳٦/٦ درصد و پس از آن توزیع Johnson SB




**شکل ۲ - فراوانی توزیع‌های آماری منتخب برای شش ماه اول سال با استفاده از آزمون برازش کولموگروف- اسمیرنوف**

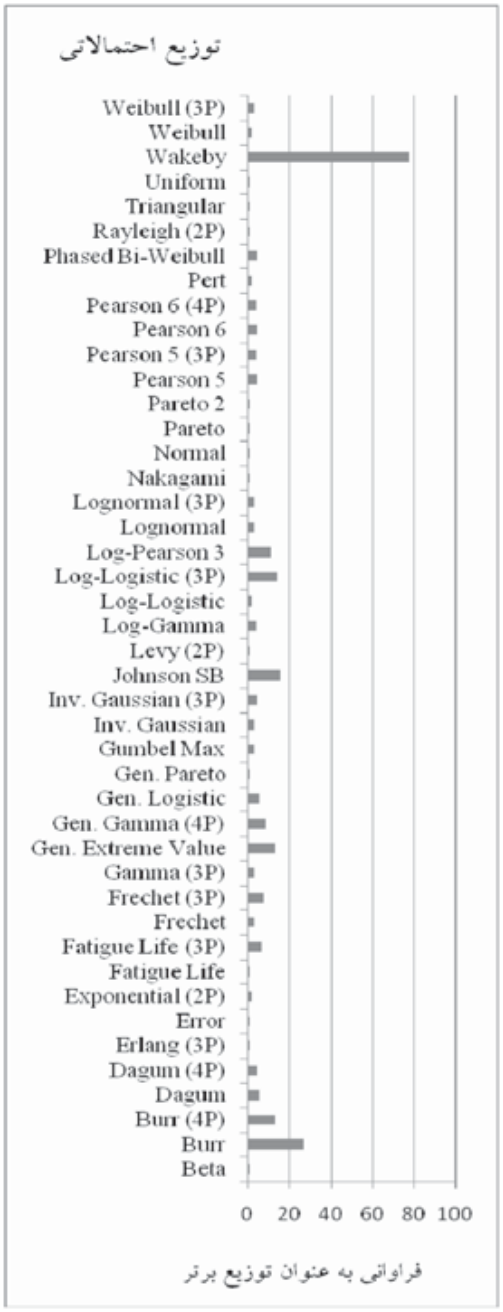
با فراوانی ۱۵ موارد یعنی در ۵/۲ درصد بهترین توزیع برای برآورد دبی‌های کمینه رودخانه‌های استان لرستان با استفاده از آزمون برازش کولموگروف- اسمیرنوف می‌باشد.

## بررسی توزیع آماری ویکبای

توزیع ویکبای یک توزیع پنج عاملی است و به همین دلیل نسبت به دیگر توزیع‌هایی که دارای عامل‌های کمتری هستند، انعطاف پذیری بیشتری با داده‌ها دارد. روش گشتاورهای وزنی احتمالاتی بهترین روش برای بدست آوردن عامل‌های‌این توزیع می‌باشد. اگر x.یک متغیر تصادفی با احتمال وقوع F باشد $(F)=F(x)=P(X\leq x)$، توزیع ویکبای را می‌توان به صورت رابطه ٤ نوشت (رائو و حامد [۲۰]).:

$$x= m + a [1- (1- F)^{b}] - c [1- (1- F)^{-d}] \quad (٤)$$ رابطه

دراین رابطه x مقدار متغیر بازای احتمال عدم تجاوز F و m، a، b، c و d پنج عامل توزیع ویکبای می‌باشند و با استفاده از نرم‌افزارایزی- فیت با توجه به نوع داده‌ها بدست می‌آیند. توزیع ویکبای بصورت تحلیلی فقط به شکل معکوس فرمول ٤ قابل تعریف می‌باشد. بنابراین تعریف صریحی چه برای تابع چگالی احتمال و چه برای تابع توزیع نمی‌توان بدست آورد [۲۰]. اگر چه مقدار گشتاورهای x را می‌توان به عنوان تابعی از عامل‌ها بدست آورد ولی رابطه معکوس را به راحتی نمی‌توان استخراج کرد. بنابراین در حال حاضر فقط روش گشتاور وزنی احتمالاتی برای‌این توزیع در نظر گرفته می‌شود. این توزیع به طور بالقوه برای تحلیل فراوانی سیلاب به دلایلی که توسط گرین‌وود و همکاران [۹] ارایه شده، مفید می‌باشد. یکی ازاین دلایل




**شکل ۳ – فراوانی توزیع‌های آماری منتخب برای شش ماه دوم سال با استفاده از آزمون برازش کولموگروف – اسمیرنوف**

تعداد زیاد عامل دراین توزیع نسبت به توزیع‌های با عامل کمتر و ارتباط بهتری است که بین داده‌ها برقرار می‌کند و دلیل دیگراینکه می‌تواند انواع شدت‌های جریان از جریان‌های کم تا سیلابی را در برگیرد.این توزیع توسط‌هافتون [۱۱] برای تحلیل فراوانی سیلاب پیشنهاد شد. روش گشتاور وزنی احتمال برای برآورد پارامترهای توزیع ویکبای به وسیله لندور و ماتالاس [۱۵] استفاده و معکوس تابع تجمعی احتمال توزیع مطابق رابطه ۵ نیز بیان شد.

رابطه (۵): $x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}\left(1-(1-F)^{\beta}\right) - \frac{\gamma}{\delta}\left(1-(1-F)^{-\delta}\right)$

دراین رابطه x(F) مقدار متغیر بازا احتمال عدم تجاوز F و $\zeta$، $\alpha$، $\beta$، $\gamma$ و $\delta$ نیز پنج عامل توزیع ویکبای می‌باشند.

## ارزیابی توزیع ویکبای بر پایه سه آزمون نکویی برازش

داده‌های دبی کمینه ماهانه تمام‌ایستگاه‌ها برای انجام محاسبات تعیین بهترین توزیع احتمالاتی، به نرم‌افزار ایزی‌فیت انتقال داده شد و فقط رتبه توزیع ویکبای از سه آزمون نکویی برازش، شامل آزمون‌های کولموگروف – اسمیرنوف، اندرسون – دارلینگ و مربع

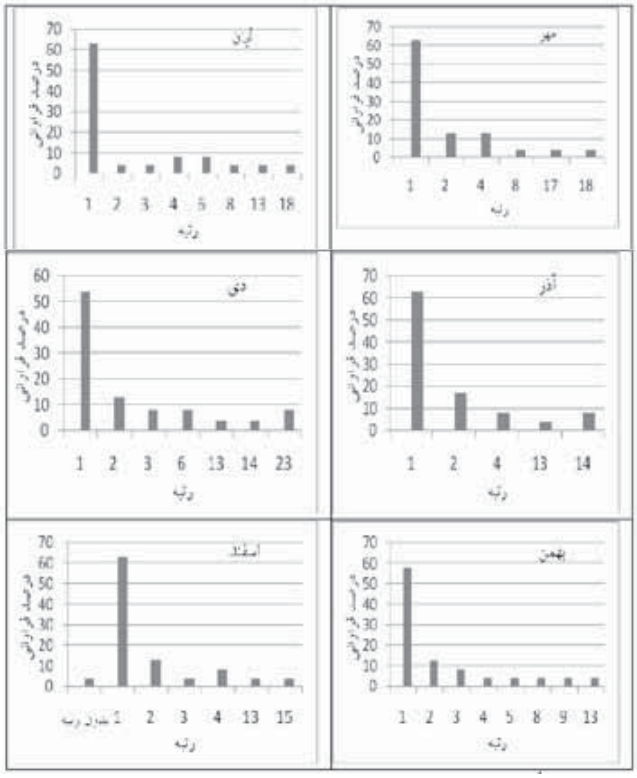
کای مورد ارزیابی قرار گرفت. پس از انجام تمام محاسبات لازم نسبت به تعیین بهترین رتبه توزیع ویکبای اقدام شد. بگونه‌ای که کمترین رتبه برای یک ماه در یک‌ایستگاه، به عنوان بهترین رتبه توزیع ویکبای در نظر شد. به عنوان مثال توزیع ویکبای در ماه فروردین یک ایستگاه از روش آزمون کولموگروف–اسمیرنوف رتبه دو و از روش آزمون اندرسون – دارلینگ رتبه چهار و از روش آزمون مربع کای رتبه یک را داشته است. در شکل‌های شماره ۵ و ٦ نتایج مربوطه ارایه شده است.

همان‌گونه که از نمودار ٤ مشاهده می‌شود، توزیع ویکبای بهترین برازش را بر سری‌های زمانی داده کمینه‌ایستگاه – ماه دارد.این توزیع در ٧٦ مورد از سری داده‌های‌ایستگاه – ماه در رتبه اول و در بقیه موارد هم در رتبه‌های بالا قرار گرفت.

پس از آن توزیع‌های بور، جانسون اس‌بی، لاجستیک لگاریتمی، بور چهارعاملی و مقادیر حد تعمیم یافته، جایگاه دوم تا چهارم را به خود اختصاص دادند.

بررسی نتایج در شکل‌های شماره ۵ و ٦ نشان می‌دهد که توزیع ویکبای در شهریور ماه با فراوانی ۱۸ مورد (۷۵ درصد موارد) رتبه اول را به عنوان بهترین توزیع آماری به خود اختصاص داده است. بدین معنی که دبی کمینه رودخانه‌های مورد مطالعه در استان لرستان دراین ماه بهترین برازش را با توزیع ویکبای دارد. هم‌چنین دبی‌های کمینه ماه‌های فروردین و اردیبهشت با فراوانی ۱۰ مورد در ٤۲ درصد (کمترین فراوانی) موارد بهترین برازش را با این توزیع نشان دادند. یکی از علل این موضوع را می‌توان در بی‌نظمی رژیم بارش–رواناب در فصل بهار دانست ولی باز هم درصد فراوانی توزیع ویکبای دراین ماه‌ها قابل ملاحظه است و همان‌گونه که در شکل ٦ مشاهده می‌شود بویژه در اردی‌بهشت سهم زیادی در کسب رتبه‌های

**شکل ٤ – فراوانی توزیع‌های احتمالاتی بر پایه آزمون کولموگروف– اسمیرنوف برای داده‌های ماهانه در کل سال**




**شکل شماره ۵ – رتبه توزیع ویکبای با استفاده از سه روش آزمون برازش بهترین توزیع آماری در شش ماه دوم سال**

دو تا چهار به خود اختصاص داده است. درصد فراوانی در سایر ماهها بین دو مقدار ٤٢ و ٧٥ درصد می‌باشد. با استفاده از روش‌های آماری ناپارامتریک نیز برتری توزیع ویکبای در برآورد دبی‌های کمینه مورد بررسی قرار گرفت. بهترین رتبه‌های توزیع ویکبای در ماه‌های مختلف بررسی و محاسبات آماری مربوط به برآورد فراوانی توزیع ویکبای انجام شد. فراوانی رتبه‌های کسب شده توسط توزیع آماری ویکبای به عنوان یکی از بهترین توزیع‌های احتمالاتی در جدول شماره ۵ آورده شده است.

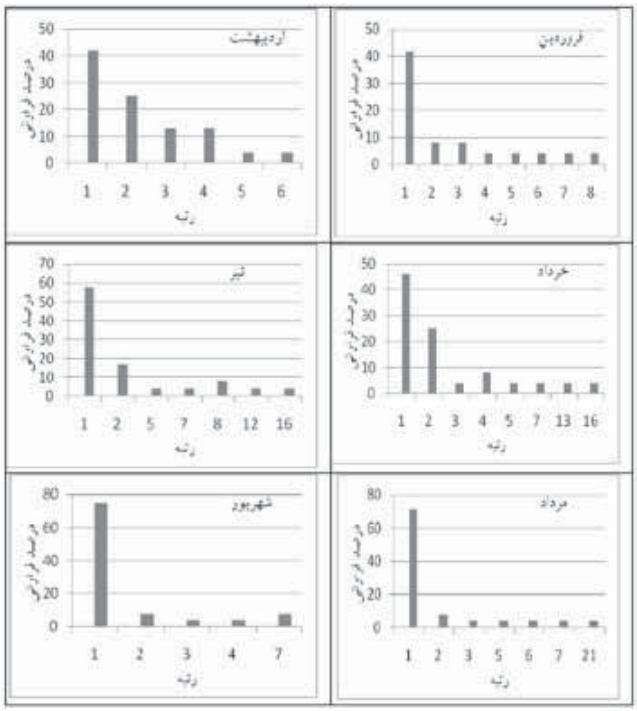
همان‌گونه که در جدول شماره ۵ مشاهده می‌شود توزیع آماری ویکبای با فراوانی ١٦٦ مورد در ٥٧/٨ درصد موارد رتبه اول بهترین توزیع احتمالاتی را برای برآورد دبی‌های کمینه جریان به خود اختصاص داده است. هم‌چنین در ١٣/٦ درصد موارد (برازش با داده‌های‌ایستگاه–ماه) رتبه دوم را دارد. بصورت تجمعی نیز در ٧١/٤ موارد، رتبه‌ای بالاتر از دو، ٧٦/٣ درصد رتبه‌ای بالاتر از سه داشته است. طبقه‌بندی رتبه توزیع ویکبای در جدول ٦ آمده است.

جدول ٦ نشان می‌دهد در ٢٤٢ مورد از مجموع ٢٨٧ سری داده ایستگاه – ماه توزیع ویکبای در بین بیش از ٦٠ توزیع مورد بررسی رتبه‌ای بالاتر از پنج داشته است. هم‌چنین برای تعیین اثر کیفیت داده‌های دبی کمینه ماهانه رتبه توزیع ویکبای در کلاس‌های مختلف بررسی شد که نتایج در جدول ٧ نشان داده شده است.

بررسی پیشینه‌این پژوهش نشان می‌دهد که داده‌های آب‌شناختی به‌طورعام با توزیع‌های متداول برازش داده شده و در نتیجه یکی از آن‌ها به عنوان توزیع برتر معرفی شده است. به عنوان نمونه نصرتی [١٨] در پژوهشی در حوزه آبخیز اترک، بمنظور تحلیل فراوانی جریان کمینه، توزیع لوگ پیرسون را بعنوان مناسبترین توزیع منطقه‌ای معرفی نمود. هم چنین رئیسی [٢١] با مطالعه‌ایستگاه‌های آب‌شناسی حوضه‌های آبخیز شمالی استان فارس, توزیع لوگ پیرسون نوع سوم را به عنوان بهترین توزیع برای جریان‌های کمینه معرفی کرد. یابروگن و کانن [٥] بمنظور انتخاب مناسبترین توابع توزیع برای بررسی جریان‌های کمینه درایرلند به‌این نتیجه رسیدند که به‌طورعام توزیع‌های گمبل و لوگ نرمال، جهت بررسی جریان‌های کمینه مناسب‌تر و برای تعداد کمی از حوزه‌های آبخیز، استفاده از توزیع‌های سه عاملی مورد نیاز می‌باشد. اما توزیع لوگ نرمال دارای رتبه‌ای بسیار پایین در پژوهش حاضر شناخته شد.

## نتیجه‌گیری

برآورد مناسب مقدار متغیرهای مختلف آب‌شناختی و هوا و اقلیم‌شناسی مانند دبی‌های بیشینه و کمینه سالانه، دبی‌های بیشینه وکمینه ماهانه، بارش‌های حداکثر روزانه و سالانه و متغیرهای دیگر برای دوره برگشت‌های مختلف و کاهش عدم قطعیت در پیش‌بینی‌ها از مهم‌ترین مباحث علوم آب‌شناختی و منابع آب، هیدرواقلیم و علوم مرتبط دیگر می‌باشد. تاکنون پژوهش‌های مختلفی در مورد شناسایی بهترین توزیع‌های احتمالاتی قابل تطابق با سری داده‌های اندازه‌گیری و ثبت شده با تعداد مشخصی از توزیع‌های احتمالاتی صورت گرفته




**شکل ٦ - رتبه توزیع ویکبای با استفاده از سه روش آزمون برازش بهترین توزیع آماری در شش ماه اول سال**

**جدول ٥ - فراوانی توزیع آماری ویکبای برای کل سال با استفاده از بهترین رتبه از آزمون برازش مختلف**

| رتبه توزیع ویکبای | فروانی | درصد فراوانی | درصد تجمعی فراوانی |
|---|---|---|---|
| ١ | ١٦٦ | ٨/٥٧ | ٨/٥٧ |
| ٢ | ٣٩ | ٦/١٣ | ٤/٧١ |
| ٣ | ١٤ | ٩/٤ | ٣/٧٦ |
| ٤ | ١٧ | ٩/٥ | ٢/٨٢ |
| ٥ | ٦ | ١/٢ | ٣/٨٤ |
| ٦ | ٧ | ٤/٢ | ٨/٨٦ |
| ٧ | ٦ | ١/٢ | ٩/٨٨ |
| ٨ | ٦ | ١/٢ | ٩/٩٠ |
| ٩ | ١ | ٣/٠ | ٣/٩١ |
| ١١ | ١ | ٣/٠ | ٦/٩١ |
| ١٢ | ١ | ٣/٠ | ٠/٩٢ |
| ١٣ | ٧ | ٤/٢ | ٤/٩٤ |
| ١٤ | ٥ | ٧/١ | ٢/٩٦ |
| ١٥ | ٢ | ٧/٠ | ٩/٩٦ |
| ١٦ | ٢ | ٧/٠ | ٦/٩٧ |
| ١٧ | ١ | ٣/٠ | ٩/٩٧ |
| ١٨ | ٢ | ٧/٠ | ٦/٩٨ |
| ٢١ | ١ | ٣/٠ | ٠/٩٩ |
| ٢٣ | ٢ | ٧/٠ | ٧/٩٩ |
| بدون رتبه | ١ | ٣/٠ | ١٠٠ |
| مجموع | ٢٨٧ | ١٠٠ | |

است. ازاین میان، می‌توان به توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال، پیرسون نوع سه، لوگ پیرسون نوع سه، مقادیر حد نوع یک (گامبل)، مقادیر حد نوع دو سه، پارتو، لاجستیک و تعداد محدودی دیگر اشاره کرد. اما توابع توزیع احتمالاتی متعددی وجود دارد که قابلیت برازش آنها با سری زمانی داده‌های آب‌شناختی بررسی نشده است. هدف ازاین پژوهش بررسی بیش از شصت توزیع احتمالاتی و ارزیابی میزان تطابق آنها بر داده‌های دبی کمینه ۲۴ ایستگاه آب‌شناسی در استان لرستان بود. دبی کمینه ماهانه از متغیرهای مهمی است که نقش زیادی در برنامه‌ریزی بهینه منابع آب جهت کاهش خسارات ناشی از کم آبی در یک حوزه آبخیز و دشت‌های پایین دستی دارد.

نتایج برآورد دبی‌های کمینه ماهانه بر پایه سری داده‌های‌ایستگاه – ماه در کلیه ایستگاه‌ها بصورت جداگانه و هم‌چنین در قالب جمع‌بندی کلی با استفاده از سه آماره کولموگروف – اسمیرنوف، مربع کای و اندرسون – دارلینگ مورد بررسی قرار گرفت و نشان داد که توزیع‌های شناخته شده‌ای در علوم آب‌شناختی مانند توزیع‌های خانواده پیرسون (پیرسون نوع یک، دو سه و نوع لگاریتمی آن)، پارتو دو عاملی، گوسین معکوس، لاجستیک تعمیم یافته، تابع نمایی، نمایی دو – عاملی و توزیع‌های خانواده نرمال و حتی توزیع مقادیر حد نوع یک (گامبل) به هیچ وجه با داده‌های دبی کمینه در محدوده مطالعه تطابق خوبی ندارند. دراین میان توزیع‌هایی مانند ویکبای، بور و جانسون اس‌بی برازش بهتری با داده‌ها نشان دادند. از بین توزیع‌های رتبه برتر، توزیع پنج عاملی ویکبای با اختلاف بسیار زیاد نسبت به بقیه بهترین برازش را با داده‌ها نشان داد.

با توجه به نتایج حاصل از (جداول شماره ۵ و ٦) رتبه‌بندی

**جدول ٦ – فراوانی توزیع آماری ویکبای برای کل سال با استفاده از بهترین رتبه از آزمون برازش مختلف**

| کلاس رتبه توزیع | فراوانی | درصد فراوانی | درصد تجمعی فراوانی |
|---|---|---|---|
| ۱ – ۵ | ۲٤۲ | ۸٤/۳ | ۸٤/۳ |
| ٦ – ۱۰ | ۲۰ | ۷ | ۹۱/۳ |
| ۱۰ < | ۲٤ | ۸/٤ | ۹۹/۷ |
| بدون رتبه | ۱ | ۰/۳ | ۱۰۰ |
| مجموع | ۲۸۷ | ۱۰۰ | |

کلی توزیع‌ها، در مجموع در ۵۷/۸ درصد موارد (تطابق بر سری داده‌های‌ایستگاه – ماه) توزیع ویکبای در بین ٦۵ توزیع مورد بررسی، رتبه نخست را به خود اختصاص داد و تنها در ٤۲/۲ درصد سایر توزیع‌ها رتبه اول را به خود اختصاص دادند. از نکات مهم نتایج‌این پژوهش، تفاوت نتایج با پژوهش‌های قبلی با تعداد معدودی توزیع احتمالاتی متداول می‌باشد. به عنوان نمونه پژوهشی که غلامی و همکاران [٤] برای تعیین بهترین توزیع بر داده‌های کمینه، میانگین و بیشینه جریان در استان مازندران با تعدادی از توزیع‌های متداول انجام دادند، توزیع گامبل را به عنوان برتر معرفی کردند که در مقایسه با نتایج پژوهش حاضر، مشخص شد که‌این توزیع حتی در بین توزیع ده اول نیز قرار ندارد. هم‌چنین تفاوت با نتایج پژوهش‌های داخلی دیگر مانند رییسی [٤] و نصرتی [۱۸] است که در بخش قبلی به آنها اشاره شد. زیدمن و همکاران [۲٦] نیز با مقایسه توابع توزیع

**جدول ۷- کلاس‌های فراوانی رتبه توزیع ویکبای در ماه‌های مختلف**

| فروردین | | | اردیبهشت | | | خرداد | | | تیر | | | مرداد | | | شهریور | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد |
| ۱ – ۵ | ۱٦ | ٦۷ | ۱ – ۵ | ۲۳ | ۹٦ | ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ | ۱ – ۵ | ۱۹ | ۷۹ | ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ | ۱ – ۵ | ۲۲ | ۹۲ |
| ٦ – ۱۰ | ۳ | ۱۳ | ٦ – ۱۰ | ۱ | ٤ | ٦ – ۱۰ | ۱ | ٤ | ٦ – ۱۰ | ۳ | ۱۳ | ٦ – ۱۰ | ۲ | ۸ | ٦ – ۱۰ | ۲ | ۸ |
| ۱۰ < | ۵ | ۲۱ | ۱۰ < | ۰ | ۰ | ۱۰ < | ۲ | ۸ | ۱۰ < | ۲ | ۸ | ۱۰ < | ۱ | ٤ | ۱۰ < | ۰ | ۰ |
| بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ |
| مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ |

| مهر | | | آبان | | | آذر | | | دی | | | بهمن | | | اسفند | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد | کلاس توزیع | فراوانی | درصد |
| ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ | ۱ – ۵ | ۱۹ | ۷۹ | ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ | ۱ – ۵ | ۱۸ | ۷۵ | ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ | ۱ – ۵ | ۲۱ | ۸۸ |
| ٦ – ۱۰ | ۱ | ٤ | ٦ – ۱۰ | ۳ | ۱۳ | ٦ – ۱۰ | ۰ | ۰ | ٦ – ۱۰ | ۲ | ۸ | ٦ – ۱۰ | ۲ | ۸ | ٦ – ۱۰ | ۰ | ۰ |
| ۱۰ < | ۲ | ۸ | ۱۰ < | ۲ | ۸ | ۱۰ < | ۳ | ۱۳ | ۱۰ < | ٤ | ۱۷ | ۱۰ < | ۱ | ٤ | ۱۰ < | ۲ | ۸ |
| بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۰ | ۰ | بدون رتبه | ۱ | ٤ |
| مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ | مجموع | ۲٤ | ۱۰۰ |

مختلف برای شاخص‌های جریان کمینه به‌این نتیجه رسیدند که برای دوره‌های با تداوم کوتاه مدت توزیع لجستیک تعمیم یافته و توزیع پیرسون تیپ سه, در مجموع برتری نسبی در مقایسه با سایر توزیع‌ها دارد. در پژوهش حاضر توزیع لوگ – لاجستیک در رتبه چهارم بعد از ویکبای، بور و جانسون اس‌بی قرار گرفت.

هم‌چنین درصد حضوراین توزیع در بین رتبه‌های برتر بر اساس نتایج سه آزمون نکویی برازش مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که در ۷۶/۳ درصد موارد این توزیع رتبه‌ای بالاتر از سه دارد.. اثر کیفیت داده‌های دبی کمینه ماهانه بر رتبه بندی توزیع‌ها در ماه‌ها وایستگاه‌های مختلف نیز بررسی شد. همان‌گونه که نتایج نشان داد، توزیع ویکبای در کلیه ماه‌ها نیز به‌عنوان توزیع برتر شناخته شد، چنان‌چه بیشترین فراوانی در بین پنج رتبه برتر مربوط به ماه اردیبهشت با فراوانی ۲۳ مورد (۹۶ درصد) و کمترین مربوط به ماه فروردین با ۱۶ مورد (۶۷ درصد) می‌باشد. به عنوان جمع‌بندی کلی، می‌توان نتیجه گرفت که برای افزایش دقت در برآورد متغیرهای آب‌شناختی برای مدیریت بهتر منابع آب، بایستی در برخی روش‌ها تجدید نظر کرد. هم‌چنان که نتایج‌این پژوهش نشان داد، با بکارگیری تکنیک‌های جدید و آزمون توزیع‌های مختلفی که در علم آمار و احتمالات وجود دارد، می‌توان توزیع‌هایی را شناسایی نمود که با دقت بیشتر مقادیر متغیرها را برای دوره‌های برگشت مختلف برآورد نمایند.

## منابع


1- Alizadeh, A. 2003. Principles of Applied Hydrology. 17th edition. Imam Reza University publications. 66-635.

2- Arbeláez, A,C, and Castro, L.M. 2007. Low Flow Discharges Regional Analysis using ويكباي Distribution in an ungauged basin in Colombia, Hydrology Days: 198-208.

3- Badvestani, H. 1999. Investigating the best-fit distribution for predicting different flood and daily maximum precipitation frequencies in Western Azerbaijan Province, Msc. thesis, Natural Resources Faculty, Tarbiat Modarres University, 148 pages (In persian).

4- Benson, M.A. 1959. Channel- slope factor in flood frequency analysis. Journal of the hydrolics division. 85(4): 1-9.

5- Brogan, L. and Cunnane, C. 2005. Low Flows and Low Flow Distributions for Ireland National Hydrology Seminar (17-19 April) 2005.12p.

6- Chow, V. 1988. Hidrología Aplicada. McGraw Hill, Inc. New York. Capítulo 11.

7- Fongers, D. 2011. Munscong River Watershed Hydrologic Study,Hydrologic Studies and Dam Safety unit, Water Resources Division, Michigan Department of Natural Resoures and Environment

8- Gholami, A. Vafakhah, M. and Ghannadha, M.R. 2001. Investigating the appropriate probability distributions for minimum, mean and maximum discharges using L–moments (case study: Mazandaran University). Iranian Journal of Range and Watershed Management, no. 4, 345-354.

9- Greenwood, J.A. Landwehr, J.M. Matalas, N.C. and Wallis, J.R. 1979. Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form, Water Resources Research.15 (5): 1049-1054.

10- Hjeimfelt, A.T.J. 1980. Emperical innestigation of curve numerical technique, Juournal of the Hydrologics division proceedings of American Society of civil engineers. 106(9): 1476-1481.

11- Houghton, J.C. 1978. Birth of a parent: the ويكباي distribution for modeling flood flow. Water Resources Research, 14(6): 1106-1109.

12- Karamouz, M. and Araghinejad, S. 2005. Advanced Hydrology. Amirkabir University of Technology Publications. 484 pages.

13- Khani, J. 2003. Regional flood frequency analysis and investigating the empirical relashionships for determing the appropriate runoff methods in no data watersheds. Research project of Agicultural Jihad Ministry. 88 pages.

14- Kim, T. Valdes, J. and Yoo, C.H. 2003. Nonparametric Approach for Estimating Return Periods of Droughts in Arid Regions. Journal of Hydrologic Engineering Sep.Oct.

15- Landwehr, J.M. and Matalas, N.C. 1979b. “Estimation of parameters and Quantiles of ويكباي Distributions. 2. Unknown Lower Bounds”, J.R.R, 15(6): 1373-1379.

16- Mann, M.P. Rizzardo, J. and Satkowski, R. 2004. Evaluation of methods used for estimating selected streamflow statistics and flood frequency and magnitude for small basins in north coastal California. U.S. Department of the enterior. U.S. Geological survey, Scientific Investigations Report 4. 506.

17- Modarres, R. and Soltani, S. 2006. Regional flood frequency analysis using L-moments in Karkheh Basin. 7th Intenational River Engineering Conference, Shahid Chamran University, Ahwaz.

18- Nosrati, K. frequency analysis of low stream flows in arid and semi-arid regions (Atrak River basin). Msc. thesis, Natural Resources Faculty, Tehran University, 126 pages (In persian).

19- Omidvar, A. Mashari, S. Pirnia, A. and Soleimani, K. 2009. Dertmination of the most appropriate rainfall amount series (Case study: Rig-Cheshmeh Station, Mazandaran Province). 5th National Conference on Watershed Sciences and Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources (In persian).

20- Rao, A.R. Hamed, K.H. 2000. Flood Frequency Analysis, CRC Press LLC. 356.

21- Raeisi, M. 2007. Analyzing the low stream flows for different durations (case study: the watersheds of Fars Province). Msc. thesis, Natural Resources Faculty, Mazandaran University, 136 pages (In persian).

22- Sharifi, M. and Shahidipour, M. 2001. Analysis of water resourvces systems. Ferdowsi University Publications. Mashhad. 109-140.

23- Smakhtin, V.U. 2001. Low flow hydrology: a review. Journal of Hydrology 240. 147-186.

24- Soler, M.D. Regüés, Latron, J. Gallart, F. 2007, Frequency–magnitude relationships for precipitation, stream flow and sediment load events in a small Mediterranean basin (Vallcebre basin, Eastern Pyrenees). Catena 71. 164-171.

25- Zahedi, A. Malekishahi, M. and Motevalli, A. 2012. Investigating the appropriateness of ويكباي distribution for mean monthly maximum floods, 3rd international conference for climate change and Dendrochronology. Mazandaran University, Sari (In persian).

26- Zaidman, M.D. Keller, V. Young, A. R. and Cadman, D. 2003. Flow duration frequency, Behavior of British Rivers based on annual minimum data. Journal of Hydrology. 277(3-4): 195-213.